

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

**Czas pracy: 180 minut**

LISTOPAD  
2019

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1.–16.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–5.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (6.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (7.–16.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.  
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–5. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Liczba  $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$  jest równa:

A.  $\sqrt{2}-3$   
C.  $1-3\sqrt{2}$

B.  $3-\sqrt{2}$   
D.  $3\sqrt{2}-1$

### Zadanie 2. (0–1)

Dziedziną funkcji  $f(x) = \log_{\frac{2x-3}{x+3}}(x^3 - x^2)$  jest:

A.  $(-\infty, -3) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

B.  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

C.  $(1, 6) \cup (6, +\infty)$

D.  $\left(\frac{3}{2}, 6\right) \cup (6, +\infty)$

### Zadanie 3. (0–1)

Suma wszystkich współczynników wielomianu  $W(x) = (7x^3 - 5x^2 - 2x + 8)^5$  stojących przy nieparzystych potęgach zmiennej  $x$  wynosi:

A.  $2^4(2^{10} + 1)$

B.  $2^4(2^{10} - 1)$

C.  $2^{15}$

D.  $-2^5$

### Zadanie 4. (0–1)

Ile maksymalnie rozwiązań może mieć równanie  $||x-3|-2| = m$ , gdzie  $m \in R$ ?

A. 2 rozwiązania

B. 4 rozwiązania

C. 8 rozwiązań

D. 16 rozwiązań

### Zadanie 5. (0–1)

Dany jest trapez równoramienny, w który wpisano okrąg. Odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 7 cm. Obwód tego trapezu jest równy:

A. 14 cm

B. 21 cm

C. 28 cm

D. 35 cm

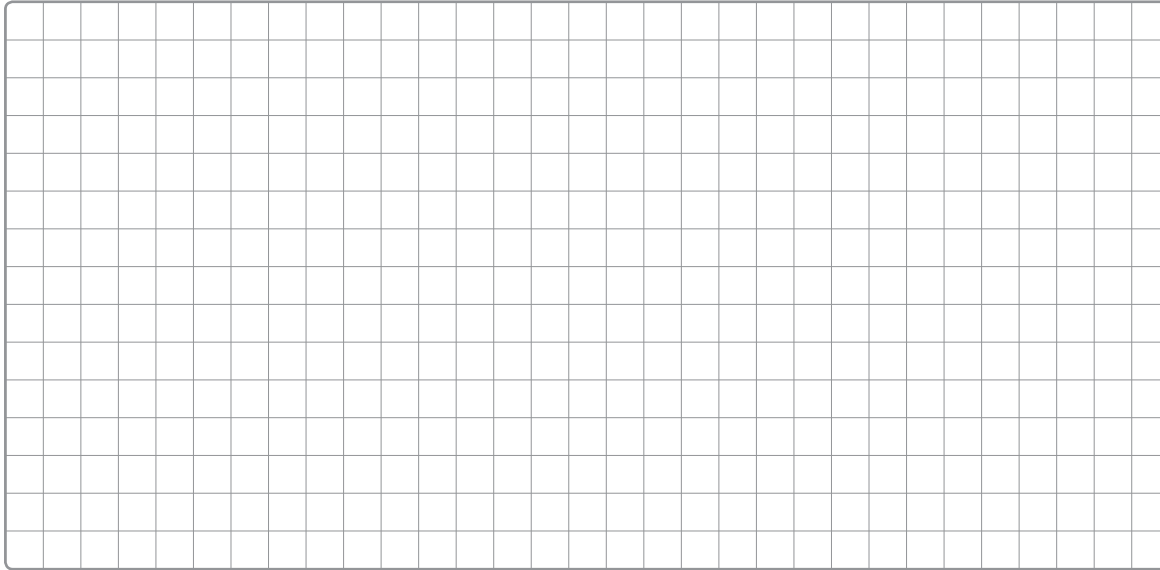
**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**





**Zadanie 8. (0–3)**

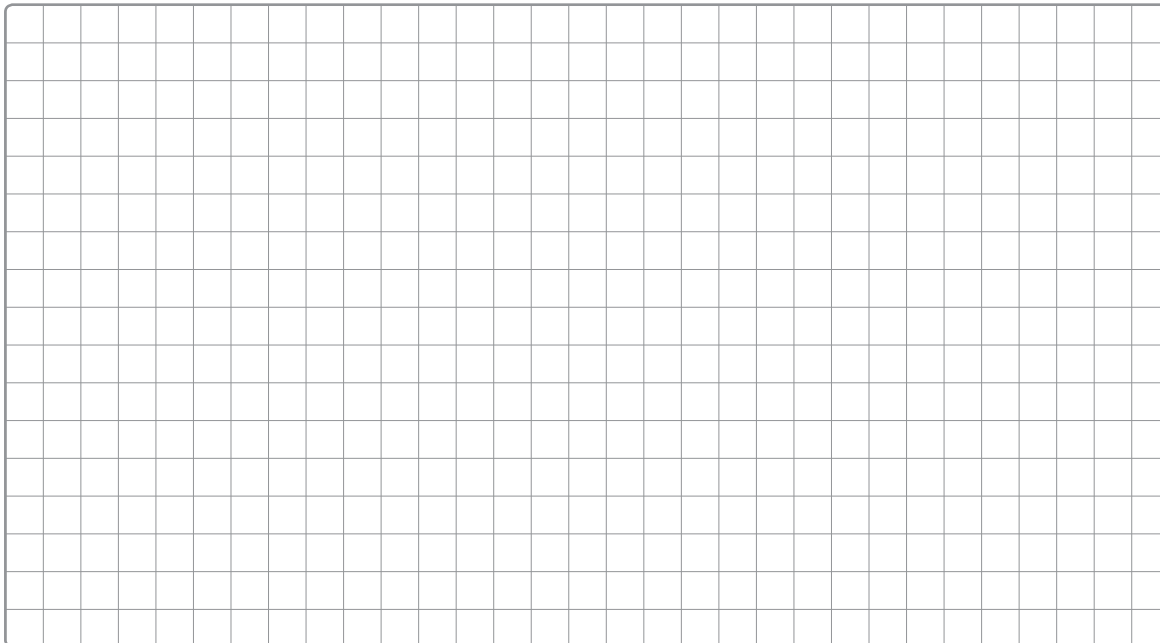
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  zachodzi nierówność  
 $2x^2 + 5y^2 + 10 > 6xy + 4y$ .



**Zadanie 9. (0–3)**


Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości  $a$  i  $b$ , w którym kąt między środkową a wysokością wychodzącymi z wierzchołka kąta prostego ma miarę  $\alpha$ . Wykaż, że

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|a^2 - b^2|}{2ab}.$$



**Zadanie 10. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $\cos 3x + \sin 7x = 0$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–4)**

W urnie umieszczono 4 kule białe i 8 kul czarnych. Losujemy jedną kulę. Jeżeli będzie biała, to wrzucamy ją z powrotem do urny i dorzucamy do niej jeszcze dwie białe kule. Jeżeli będzie czarna, to zatrzymujemy ją i dorzucamy dwie zielone kule do urny. Następnie losujemy z urny jednocześnie dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że obie z wylosowanych za drugim razem kul są białe.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 12. (0–4)**

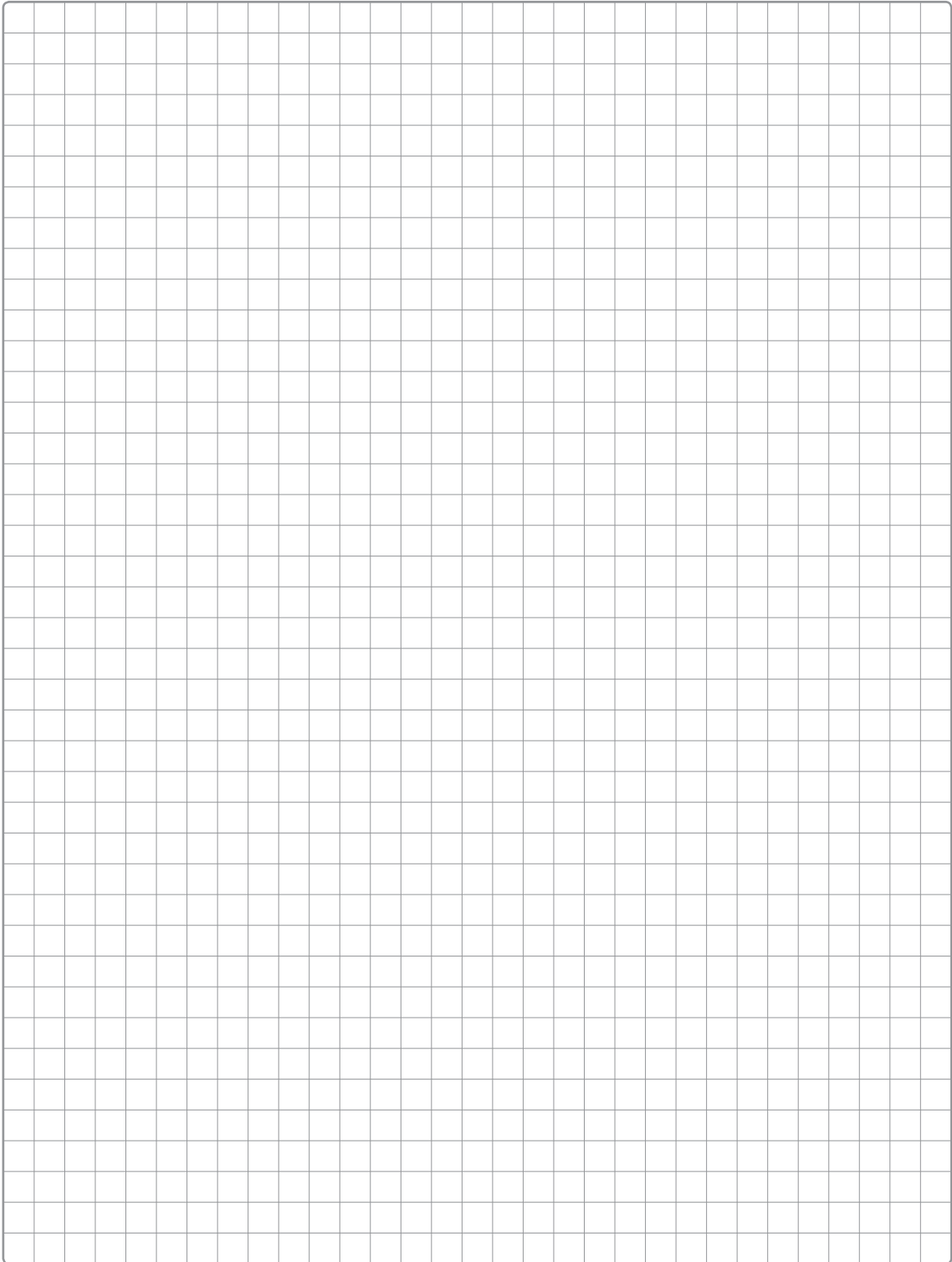
Graniastół prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy  $a$  i dwa razy krótszej wysokości przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny podstawy pod kątem  $60^\circ$ . Zaznacz ten kąt na rysunku oraz oblicz pole otrzymanego przekroju, wynik przedstaw w najprostszej postaci.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 13. (0–6)**

Wyznacz wartość parametru  $m$ , dla którego równanie  $(m^2 + m - 3)x^2 + (2m - 1)x + 2 = 0$  ma dwa rozwiązania dodatnie takie, że jedno z nich jest dwa razy większe od drugiego.



Odpowiedź: .....



**Zadanie 14. (0–4)**

Wyznacz równanie okręgu opisanego na trójkącie, którego boki zawierają się w prostych o równaniach  $x + 6y - 12 = 0$ ;  $x + y - 7 = 0$  oraz  $x - 4y + 18 = 0$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 15. (0–5)**

Rozwiąż nierówność  $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{1}{(x-3)^3} + \dots \geq 2-x$ , gdzie lewa strona nierówności jest szeregiem geometrycznym zbieżnym. Podaj odpowiednie założenia.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 16. (0–7)**

Powierzchnia całkowita graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa  $S\sqrt{3}$ . Wyznacz największą z możliwych objętość tego graniastosłupa, wynik zapisz w najprostszej postaci.



Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)**

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 30 columns and 40 rows of small squares. The grid is intended for rough work (brudnopis) during the exam.